中國機械工程學會第三十三屆全國學術研討會論文集
中華民國一百零五年十二月三、四日

國立臺灣大學　台北
工業技術研究院　新竹
論文編號#1677

多葉凸輪減速機構設計與動力分析

林宗儁[1*]、黃冠雄[2]、蔡得民[3]、林博正[4]、光灼華[3]
[1]碩士，國立中山大學機械與機電工程學系
[2]副教授，南華大學資訊工程學系
[3]教授，國立中山大學機械與機電工程學系
[3]教授，國立虎尾科技大學自動化工程系
[*]Email: m033020097@student.nsysu.edu.tw

摘要

多葉凸輪減速機為一種創新型減速機構，應用於機器手臂關節減速用。此減速機構優點為小空間具大減速比、純滾動而低磨耗且加工容易，相較於諧和式減速機之低負載、加工不易、運轉壽命短，多葉凸輪減速機具高負載、長壽命與成本低之優勢。

本文針對多葉凸輪減速機構提出較完整之設計流程，包含幾何設計、運動與動力分析等。首先，採用剛體轉置法合成多葉凸輪外廓，利用微分幾何求取曲率半徑並找出機構作動過程中之接觸點與實際作動之壓力角。再利用剛體向量法進行運動分析，分析多葉凸輪與各滾子作動狀態，並計算其自轉速度。利用牛頓第二定律進行機構之動力分析。本文針對各項設計參數對於壓力角、滾子與滾子盤間受力與力矩、接觸應力、輸入扭矩及支座反力之影響進行探討。

關鍵字: 減速機構、大減速比、剛體轉置法、多葉凸輪

1. 前言

關節減速機構為工業機械手臂之關鍵零組件之一，然而國產減速機構與國外大廠之產品相比，其相關性質仍有一段差距，故國內業者仰賴進口之比例偏高，間接影響國產機械手臂之成本。

關節減速機減速機構需朝高傳動效能、高剛性及高運動穩定之方面發展，然而也需在高負載下仍具一定的精密定位。而在關節減速機零組件，HD SYSTEMS、Nabtesco及 Sumitomo 等日系廠商全球市佔率高達近 9 成，且因諧和式減速機（Harmonic Drive）[1]小體積、重量輕、高減速比之特徵，於輕負載機器人市佔率高，但其撓性體構件及其幾何特徵，使得機構壽命有限、衝擊負荷亦偏低，且由於多關節機器人的結構為串接式，會產生較大誤差，因此減速機的背隙會嚴重影響機械手臂的控制精度，這些因素將影響減速機傳動效率與使用之壽命。

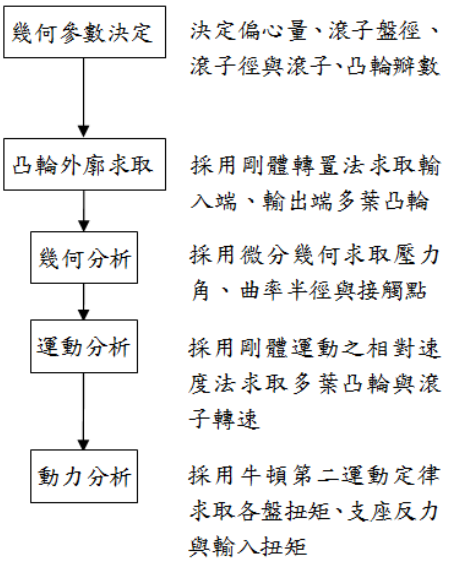
此外，RV 減速機[2]亦為常見應用於機器人設備上，日本 Nabtesco 即為一間以生產 RV 減速機著名之公司。由於 RV 減速機同時嚙合齒輪數較多，其間隙較小、旋轉振動與慣性較小，故具有較好之加速性能，可旋轉取得較平穩之位置精度。但 RV 減速機仍存在運動誤差大、低效率及零件過多組裝難之問題。

本文所提多葉凸輪減速機構[3]，其作動原理為利用偏心輪帶動多葉凸輪，使其與滾子產生相對運動，利用滾子數差達到高減速比之目的。且具有低背隙、易加工組裝、低成本、高減速比，且因純滾動特性磨耗相對小之優勢，具有取代 Harmonic Drive 之潛力，更提供工業機械手臂相關產業更多樣性的選擇。

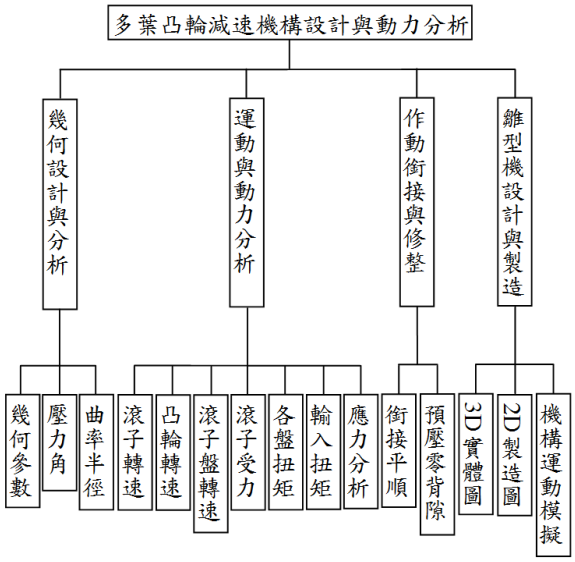
本文所研究之多葉凸輪減速機構[4,5]，當其滾子與凸輪鈍凸齒數差值為一時，可合成為擺線凸輪，有關擺線型(屬於偏心式)減速機相關之研究，在幾何設計理論與分析方面，Botsiber 和 Kingston[6]介紹擺線減速機構其基本構造、運作及擺線合成原理，並與其他類型之減速機做比較。在減速機的行為與強度分析方面，Blanche 和 Yang [7]探討公差對於機構背隙與扭矩波動之影響。在加工方面，利用 Tsay 與 Lin[8]提出剛體轉置法(Rigid Body Transformation) ，其原理由創成加工法而來，利用凸輪外廓來求取刀具路徑。凸輪外廓必須是減少公差進行加工[9]，這將影響間隙、扭矩、並獲得最佳組裝條件[10]，加工公差對轉速的影響、多葉凸輪減速機及多葉凸輪減速機受力分析與效率的研究。

本文將以目前應用於中負載之減速機構規格為目標，進行多葉凸輪減速機構運動與動力分析，本文之系統流程圖，如圖一所示。利用剛體轉置法求取多葉凸輪外廓後，並利用接觸法求得多葉凸輪在運動過程中確切之接觸點，並求得多葉凸輪壓力角與曲率半徑，並使用向量法推導多葉凸輪與滾子之轉動情況，再進行動力分析。求得多葉凸輪與滾子之轉速、各滾子受力、輸入扭矩與支座反力。接著完成多葉凸輪加工路徑與雷射路徑之設計與加工，並進行多葉凸輪減速機構組裝，本文之系統圖，如圖二所示。

國立臺灣大學　　台北
工業技術研究院　　新竹
論文編號#1677



圖一、本文流程圖



圖一、本文系統架構圖

2. 機構合成與運動分析

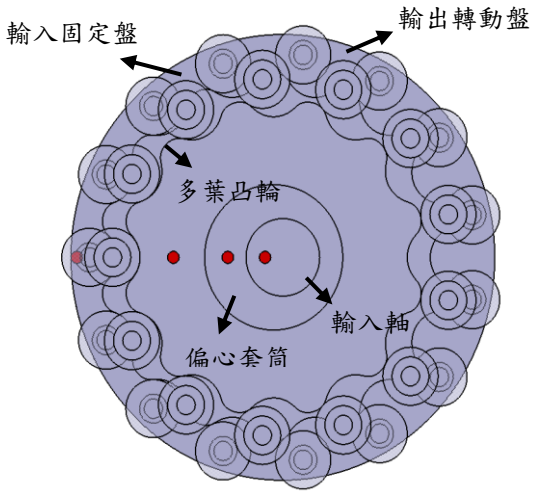
2.1 多葉凸輪減速機構

多葉凸輪減速機構主要由輸入軸、偏心套筒、輸入滾子盤組、多葉凸輪、輸出滾子盤組等五個構件所構成，其機構如圖二。機構作動方式為利用多葉凸輪與滾子組搭配，產生擺線運動，達到高減速比之目的。此種類型之機構在運動時，因多葉凸輪同時與多顆滾子接觸，具備著重負載應用之潛力，故本論文以多葉凸輪為設計基礎。

本減速機構之減速比可因使用需求進行設計，其減速比 i 公式為

$$i=\frac{m_1 n_2}{m_1 n_2 - m_2 n_1} \tag{1}$$

其中，m_1 為多葉凸輪第一段之凸輪瓣數、n_1 為第一段滾子數、m_2 為多葉凸輪第二段之凸輪瓣數、n_2 為第二段滾子數。則多葉凸輪之自轉減速比為及第一段凸輪瓣數，如圖三所示。



圖三、多葉凸輪減速機構圖

2.2 多葉凸輪外廓合成

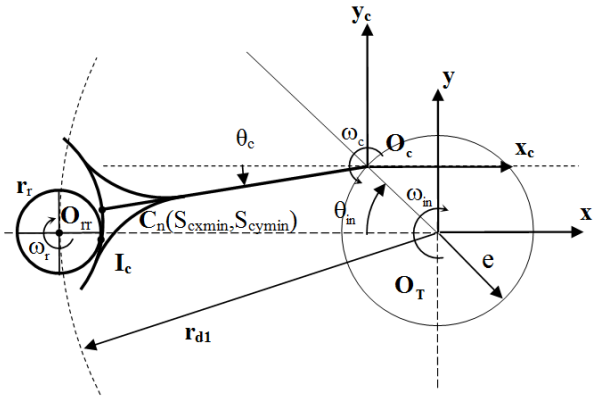
利用剛體轉置法，先根據輸入端多葉凸輪與滾子的幾何關係可訂定滾子圓心之座標位置，如圖四所示，即為 $\mathbf{P_{c1}}=\mathbf{O_C O_{rr}}=\mathbf{O_C O_T}+\mathbf{O_T O_{rr}}$

並各對 θ_{in} 、δ 進行偏微。

$$\frac{\partial \mathbf{P_c}(\theta_{in},\delta)}{\partial \theta_{in}}=(dP_{cx},dP_{cy},0) \tag{2}$$

$$\frac{\partial \mathbf{P_c}(\theta_{in},\delta)}{\partial \delta}=(0,0,1) \tag{3}$$

將上二式代入求節曲面之單位法向量



圖四、多葉凸輪外廓合成示意圖

國立臺灣大學　　台北
工業技術研究院　　新竹
論文編號#1677

$$\mathbf{n}=\frac{\frac{\partial \mathbf{P_c}(\theta_{in},\delta)}{\partial \theta_{in}}\times\frac{\partial \mathbf{P_c}(\theta_{in},\delta)}{\partial \delta}}{\left|\frac{\partial \mathbf{P_c}(\theta_{in},\delta)}{\partial \theta_{in}}\times\frac{\partial \mathbf{P_c}(\theta_{in},\delta)}{\partial \delta}\right|}=n_x\mathbf{i}+n_y\mathbf{j} \tag{4}$$

將滾子節曲面沿法向量偏置一滾子半徑後，可得凸輪外廓為

$$\mathbf{S_c}=\mathbf{P_c}+r_r\cdot\mathbf{n}=(P_{cx}+r_r\cdot n_y,P_{cy}-r_r\cdot n_x) \tag{5}$$

同上步驟，根據輸出端多葉凸輪與滾子的幾何關係可訂定滾子圓心之座標位置，如圖四所示，即為

$$\mathbf{P_{c2}}=\mathbf{O_C O_{rr}}=\mathbf{O_C O_T}+\mathbf{O_T O_{rr}}$$

並利用相同方法求得輸出端外廓。

2.3 多葉凸輪幾何分析-壓力角

將輸入端多葉凸輪中心平移至輸入端滾子盤中心，求得多葉凸輪外廓至滾子中心位置。

$$S_{c1}(S_{cx},S_{cy})=(-e_1\cos\theta_{in},e_1\sin\theta_{in})+(S_{cx1},S_{cy1})[T(\theta_{c1})] \tag{6}$$

$$P_{c1}(P_{cx},P_{cy})=P_{c1}(-\cos\theta_i,\sin\theta_i) \tag{7}$$

求滾子中心與多葉凸輪外廓之距離

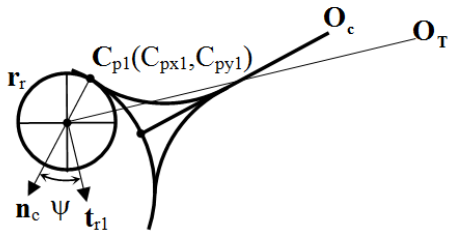
$$L_{c1}=\sqrt{(P_{cx1}-S_{cx1})^2+(P_{cy1}-S_{cy1})^2} \tag{8}$$

若此距離為滾子半徑，此外廓點(S_{cx1},S_{cy1})即為當下滾子與多葉凸輪之接觸點(C_{px1},C_{py1})。

利用向量內積得，方向如圖五所示。

$$\cos\psi_1=\frac{n\cdot t_r}{|n|\cdot|t_r|}=\frac{(P_{x1}-C_{px1},P_{y1}-C_{py1})\cdot(\sin\theta_{c1},\cos\theta_{c1})}{\sqrt{[(P_{x1}-C_{px1})]^2+[(P_{y1}-S_{py1})]^2}} \tag{9}$$

並求得輸入端多葉凸輪壓力角。



圖五、壓力角方向示意圖

同理，將輸出端多葉凸輪中心平移至滾子盤中心，求得多葉凸輪外廓至滾子中心位置，並求得當下滾子與多葉凸輪之接觸點(C_{px2},C_{py2})。

$$S_{c2}(S_{cx},S_{cy})=(-e_2\cos\theta_{in},e_2\sin\theta_{in})+(S_{cx2},S_{cy2})[T(\theta_{c2})] \tag{10}$$

$$P_{c2}(P_{cx},P_{cy})=P_{c2}(-\cos\theta_{2i},\sin\theta_{2i})[T(\theta_o)] \tag{11}$$

利用向量內積得

$$\cos\psi_2=\frac{n\cdot t_r}{|n\cdot t_r|}=\frac{(R_{x2}-C_{px2},R_{y2}-C_{py2})\cdot(\sin\theta_{c2},\cos\theta_{c2})}{\sqrt{[(R_{x2}-S_{cx2})]^2+[(R_{y2}-S_{cy2})]^2}} \tag{12}$$

求得輸出端多葉凸輪壓力角。

2.4 多葉凸輪運動分析

以輸入軸(偏心套筒) O_T 為中心、偏心量 e 為力臂旋轉，先求得輸入軸給多葉凸輪之切線速度 $\mathbf{V_{O_c}}$。再以多葉凸輪為中心，以多葉凸輪中心到接觸點為力臂，求得多葉凸輪旋轉之切線速度 $\mathbf{V_{O_cC_p}}$。再將 $\mathbf{V_{O_c}}$ 加上 $\mathbf{V_{O_cC_p}}$ 可求得多葉凸輪與滾子之接觸點的切線速度 $\mathbf{V}_{c_t}$。

$$\mathbf{V_{c_t}}=\mathbf{V_{O_c}}+\mathbf{V_{O_cC_p}}=\boldsymbol{\omega}_\mathbf{i}\times\mathbf{r_{o_To_c}}+\boldsymbol{\omega}_\mathbf{c}\times\mathbf{r_{c_po_c}} \tag{13}$$

以滾子盤中心 O_T 為中心、滾子盤半徑 r_{d2} 為力臂旋轉，先求得滾子盤給滾子之切線速度 $\mathbf{V}_{r_r}$。再以滾子為中心，以滾子半徑為力臂，求得滾子旋轉之切線速度 $\mathbf{V}_{r_rc_p}$。再將 $\mathbf{V}_{r_r}$ 加上 $\mathbf{V}_{r_rc_p}$ 可求得滾子與多葉凸輪之接觸點的切線速度 $\mathbf{V}_{r_t}$。

$$\mathbf{V}_{r_t}=\mathbf{V}_{r_r}+\mathbf{V}_{r_rc_p}=\boldsymbol{\omega}_\mathbf{o}\times\mathbf{O_T r_r}+\boldsymbol{\omega}_\mathbf{r}\times\mathbf{r_r C_p} \tag{14}$$

因多葉凸輪與滾子為純滾動接觸，故多葉凸輪與滾子之接觸點的切線速度 $\mathbf{V}_{c_t}$ 與滾子與多葉凸輪之接觸點的切線速度 $\mathbf{V}_{r_t}$ 相同，即 $\mathbf{V}_{c_t}=\mathbf{V}_{r_t}$。

由兩分量相同，整理兩式，得多葉凸輪旋轉角速度與滾子自轉角速度。

3. 機構動力分析

3.1 輸入軸與偏心套筒動力分析

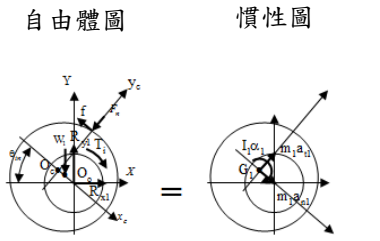
輸入軸軸心為 O_o，多葉凸輪中心(偏心套筒軸心)為 O_c，輸入軸與偏心套筒質心為 G_1，X-Y 為固定座標系，x_1-y_1 為多葉凸輪中心(自轉與公轉)座標系，T_i 為輸入扭矩，w_1、r_{in}、m_1、I_1 為輸入軸與偏心套筒重量、半徑、質量與慣量，(R_{x1}, R_{y1})為輸入軸支座反力，(F_n, f)為偏心套筒接觸正向力與摩擦力，正向力方向指向偏心套筒圓心，所產生力矩與輸入扭矩反向，摩擦力 $f=\mu F_n$ 與運動方向相反，$(a_{t1},\ a_{n1})$為輸入軸與偏心套筒質心切線與法線加速度，分別為 $a_{t1}=r_{G1}\alpha_1$ 與 $a_{n1}=r_{G1}\omega_1^2$。其中，未知數有輸入軸支座反力(R_{x1}, R_{y1})、正向力 F_n 與輸入扭矩 T_i 等四個。利用力與力矩平衡方程式，進行求解，並利用 CATIA 求取各組件之慣量。

$$\sum F_x=ma_x \tag{15}$$

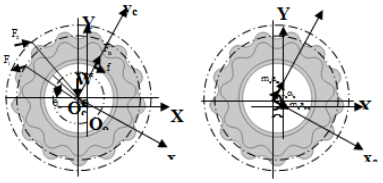
國立臺灣大學　台北
工業技術研究院　新竹
論文編號#1677

$$\sum F_y = ma_y \tag{16}$$

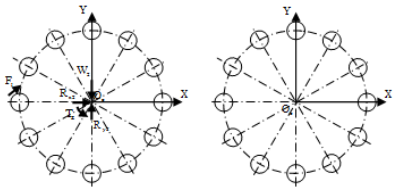
$$\sum T_{O_o} = I\alpha \tag{17}$$



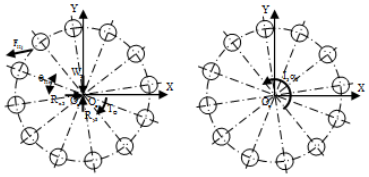
(a)偏心套筒



(b)多葉凸輪

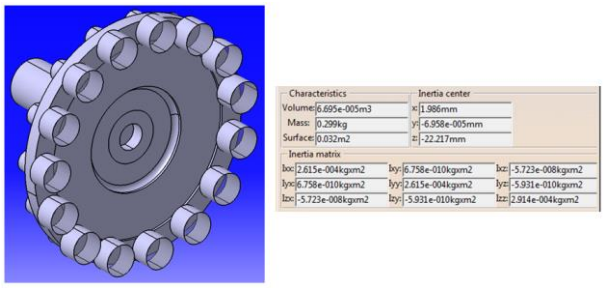


(c)輸入端滾子盤



(d)輸出端滾子盤

圖六、多葉凸輪減速機構動力分析示意圖



圖七、利用 CATIA 求得組件之慣量

3.2 多葉凸輪動力分析

輸入軸軸心為 O_o，多葉凸輪軸心即為偏心套筒軸心為 O_c，輸入軸與偏心套筒質心為 G_1，X-Y 為固定座標系，x_c-y_c 為多葉凸輪(移動)座標系，W_c、m_c、I_c 為多葉凸輪重量、質量與慣量，(F_n , f)為偏心套筒接觸正向力，(a_{tc}， a_{nc})為多葉凸輪質心切線與法線加速度(凸輪公轉所致)，分別為 $a_{tc}=e\cdot\alpha_c$ 與 $a_{nc}=e\cdot\omega_c^2$，而 α_c 與 ω_c 為多葉凸輪自轉旋轉角加速度與角速度，並可列出其動力方程式。其中， (F_n , f)與偏心套筒的正向力、摩擦力大小相等，方向相反；傳遞力(F_I , F_{II})與第一段固定滾子轉盤、輸出滾子轉盤的傳遞力大小相等，方向相反。

3.3 第一段固定滾子轉盤動力分析

輸出軸軸心為 O_o， X-Y 為固定座標系，W_2、m_2、I_2 為固定滾子轉盤重量、質量與慣量，(R_{x2}， R_{y2}，T_Z)為固定滾子轉盤為固定端，支座反力除水平與垂直反力(R_{x2}， R_{y2})外，還包括支撐旋轉扭矩 T_Z (逆時針為正)，F_I 為固定滾子轉盤相當作用力，由多葉凸輪進行動力分析。

3.4 輸出滾子轉盤動力分析

輸出軸軸心為 O_o， X-Y 為固定座標系，T_o 為輸出負載扭矩(與運動方向相反)，W_3、m_3、I_3 為輸出滾子轉盤重量、質量與慣量，(R_{x3}， R_{y3})為輸出滾子轉盤支座反力，F_{II} 為輸出滾子轉盤相當傳遞力(方向與輸出負載扭矩 T_o 相反，即驅動輸出負載)，由多葉凸輪進行分析，α_3 為輸出軸旋轉角加速度($\alpha_3=-\alpha_1/r_o$，r_o 為總減速比)。

4. 機構實例設計

利用先前設計方法，並以減速比為 -90 之減速機構，其設計數據如表一。利用參數可設計出凸輪外廓，並可計算與分析各數據。因此按照多葉凸輪設計流程，可先求取多葉凸輪外廓，再進行相關運動分析與動力分析。

表一、多葉凸輪減速機構之設計參數

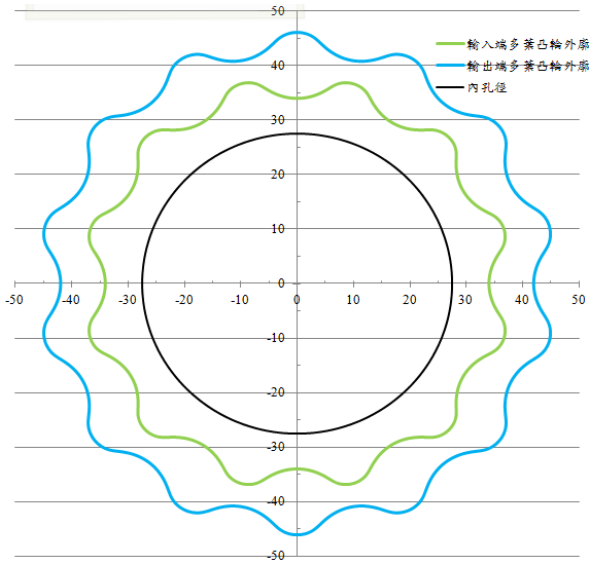
		輸入端	輸出端
多葉凸輪瓣數	m	12	14
滾子數	n	13	15

$$i=\frac{m_1n_2}{m_1n_2-m_2n_1}=\frac{12\cdot15}{12\cdot15-13\cdot14}=-90$$

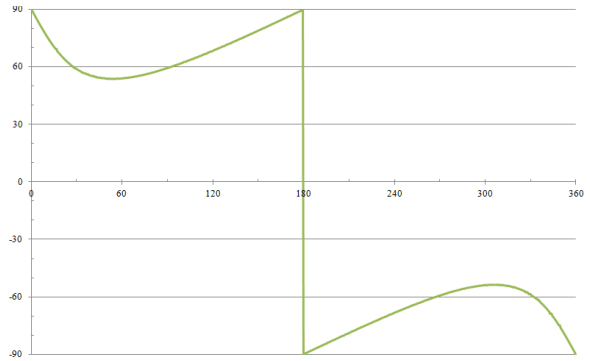
當多葉凸輪設計完成後，設計一減速機構驗證減速比。其中，可能包括很多加工雛型機構之誤差。可回饋並修繕設計，以利後續減速機產品開發與優化。利用 CATIA 3D 建模，繪製多葉凸輪減速機構與各零

國立臺灣大學　　台北
工業技術研究院　　新竹
論文編號#1677

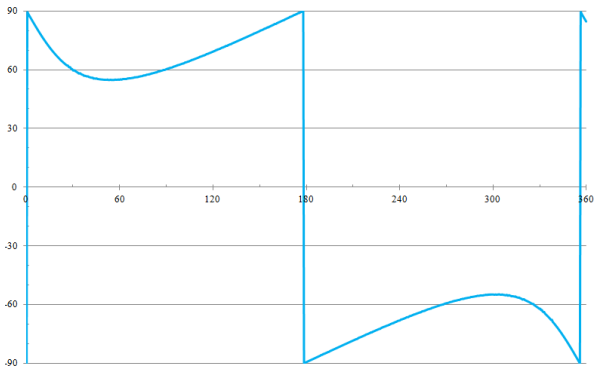
件圖，如圖八至圖十一。並實際加工與組裝，如圖十二與圖十三。



圖八、多葉凸輪外廓圖

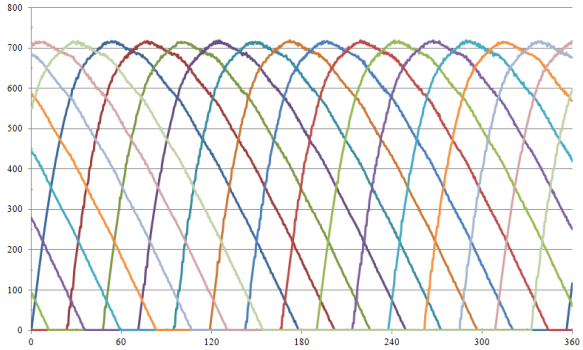


(a) 輸入端凸輪

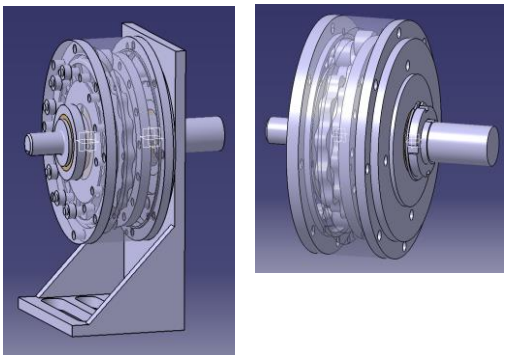


(b) 輸出端凸輪

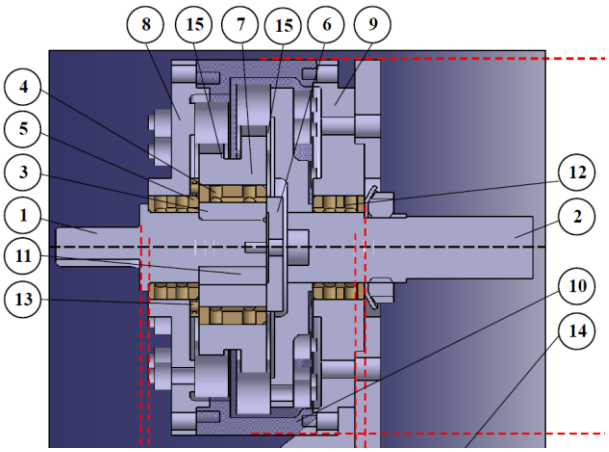
圖九、多葉凸輪壓力角



圖十、輸出端滾子受力圖



(a) 3D 建模圖



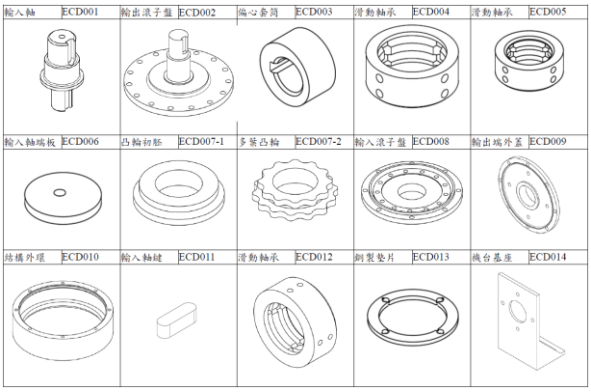
(b) 機構剖面圖

圖十一、多葉凸輪減速機構建模圖

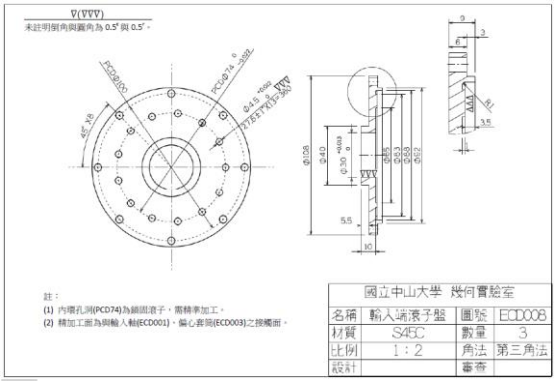
5. 結論

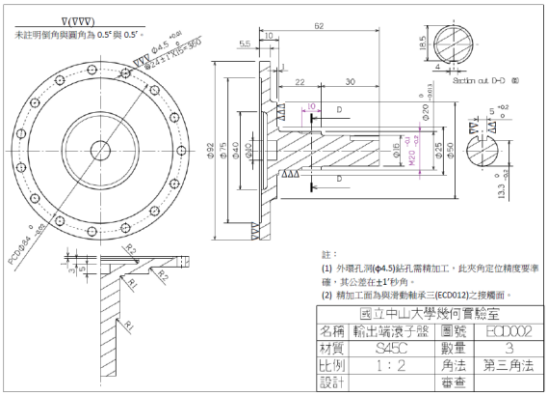
本文為設計與分析一種新式減速機：多葉凸輪減速機構，其利用輸入固定盤為固定不動，制動由輸入軸帶動之多葉凸輪，達到減速之效果。文中說明此機構之合成方式、分析多葉凸輪與滾子間運動與受力情況。亦分析出此機構之傳動特性與結構強度。本文之結果可歸納出下列幾點：

國立臺灣大學　　台北
工業技術研究院　　新竹
論文編號#1677



(a)元件圖





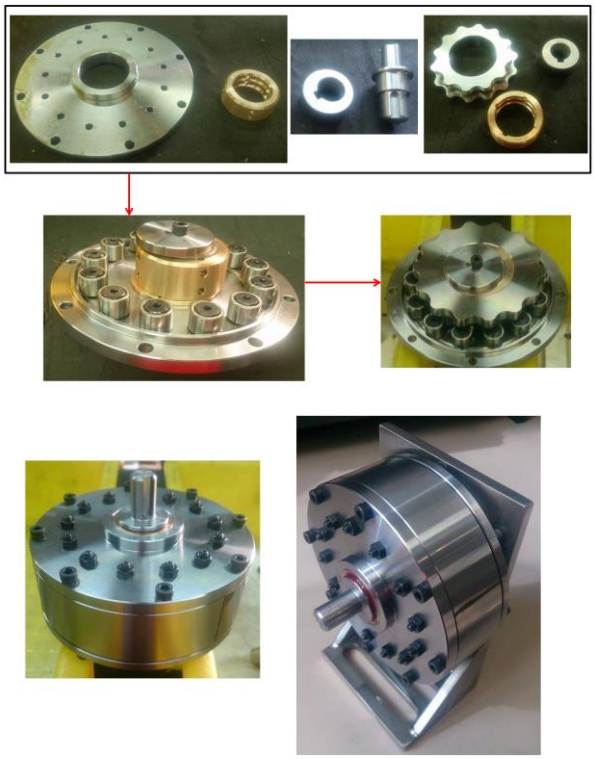
(b) 元件製造圖

圖十二、多葉凸輪減速機構製造圖

建立一設計流程，針對不同減速比、負載需求及幾何限制，進行多葉凸輪合成與減速機構設計，並完成該機構之運動分析與動力分析。

可分析出輸入固定盤滾子之接觸點軌跡為繞滾子自轉；輸出轉動盤滾子接觸點除了自轉，會因旋轉盤公轉而轉動，符合實際作動之情況。並找出與實際機構作動時之接觸點，並求得機構作動時之壓力角。

亦分析出多葉凸輪自轉轉速，亦可研判其轉向，供動力分析時，作動面選取之研判，亦可研判滾子轉速與方向。故利用剛體向量法可分析各零件實際作動之運轉狀態。



圖十三、多葉凸輪減速機構實體圖

利用牛頓第二定律，可分析機構作動時，各零件受力之情況，並分析機構作動過程中所需輸入之扭矩。在作動過程中，多葉凸輪因偏心傳動，而傳遞給各滾子不同方向之傳遞力，且因各滾子銜接過程中，會造成滾子盤所受扭矩不均。故利用牛頓第二定律可分析各零件實際作動之受力狀況。

本文分別求出機構作動實際作動時之壓力角、運轉情形及受力狀況。並以減速比為 -90 為例，進行設計與加工組裝。

參考文獻

[1] Musser, C. W., 1959, “Strain Wave Gearing,” U.S. Patent No. 291959

[2] Fujimoto, K., 2009, “Eccentric Oscillating-type Planetary Gear Device,” U.S. Patent No. 7476174.

[3] 中華民國，2014，偏心凸輪變速機構，發明號 I431209。

[4] 郭子齊, 2012, 偏心凸輪式減速機構之設計, 國立中山大學機械與機電工程研究所碩士論文。

[5] 何易倫, 2015, 偏心凸輪式減速機構運動與動力分析, 國立中山大學機械與機電工程研究所碩士論文。

[6] Botsiber, D. W., and Kingston, L., 1956, "Design and Performace of the Cycloid Speed Reducer," Machine Design, Vol. 28, no 13, pp. 65-69

[7] Blanche, J. G. and Yang, D. C. H., 1989, “Cycloid Drives with Machining Tolerances,” J. Mech. Trans.

Auto. Des., 111, pp. 337–344.
[8] Tsay, D. M. and Lin, B. J., 1996, Profile Determination of Planar and Spatial Cam with Cylindrical Roller-Followers, IMechE Journal of Manufacturing Science and Engineering , Vol.119, pp. 21–29. Varitron
[9] Blanche, J. G. and Yang, D. C. H., 1989, "Cycloid Drives with Machining Tolerances," J. Mech. Trans. Auto. Des., 111, pp. 337–344.
[10] Sensinger, J.W., 2010, "Unified Approach to Cycloid Drive Profile, Stress, and Efficiency Optimization," ASME J. Mech. Des., Vol. 132, pp. 1–5.

Geometric Design and Kinetics Analyses of Lobe Cam Drives

Tsung-Chun Lin [1*], Guan-Shyong Hwang [2], Der-Min Tsay [1], Bor-Jeng Lin[3], Jao-Hwa Kuang[1]
[1] Department of Mechanical and Electro-Mechanical Engineering, National Sun Yat-Sen University,
[2] Department of Computer Science and Information Engineering, Nanhua University,
[3]Department of Automation Engineering, National Formosa University,
[*]Email: m033020097@student.nsysu.edu.tw

Abstract

A lobe cam reducer is an innovative reduction mechanism that can be applied as a robotic arm joint reducer with desirable rigidity. With a pure rolling contact in motion and an easy processing characteristic, the rotational speed reduction mechanism can provide a large reduction ratio with a limited space. Compared to a harmonic reducer that is limited in low-load applications, difficult to manufacturing, and with a short operating life, a lobe cam reducer can bear a higher load with a low manufacturing cost and a longer operation life.

This study is focused on presenting a design process, including geometric and kinematic design as well as dynamic analysis for lobe cam reducers. First, the basic design parameters are identified for design selection, subsequently, the conjugate lobe cam profiles are synthesized by using rigid body transformation, and then the curvatures of the cam profiles are analyzed by differential geometry. In addition, the pressure angles of the conjugate lobe cams during operations are evaluated in this study. To characterize the rotational speeds of the lobe cams and rollers, the vector method of rigid body is used. Furthermore, the effects of design parameters on pressure angles, contact forces between the rollers of turrets and the lobe cams, contact stresses, input torque, and support reactions, etc. are observed.

Keywords: reducers, high reduction ratio, rigid body transformation, lobe cam