轉移矩陣法應用於風力發電傳動系統動態特性之研究

蔡得民[1]、陳中和[1]*、光灼華[1]、林博正[2]、黃冠雄[3]

[1]國立中山大學機械與機電工程學系

[2]國立虎尾科技大學自動化工程學系

[3]南華大學資訊工程學系

*通訊作者 E-mail:c2588522@gmail.com

科技部計畫編號:MOST 103-3113-E-110-001

摘要

本文利用轉移矩陣法針對承載容量為 2MW 之風力發電齒輪傳動系統進行動態特性分析，齒輪傳動系統由二階式行星齒輪系與平行軸齒輪系組成。轉移矩陣法特點為適合應用於串聯式傳動系統，文中包含轉移矩陣法建立、等效公式及分析模型建立，藉由上述公式及傳動系統參數進行實例分析。探討齒輪等值嚙合剛性、行星齒輪組裝結構、軸承剛性、行星齒輪數量、葉片及發電機參數，對系統之影響。透過上述分析方法及結果，提升設計初期之分析效率，排除可能造成齒輪箱失效之問題，以提升風力發電傳動系統之穩定度。

關鍵字：風力發電、齒輪箱、轉移矩陣法、行星齒輪系、等效系統。

1.前言

根據 Romax 公司[1]統計數據，齒輪箱每年失效比率大約為 15%，於風力發電系統之失效比率排名第三，但齒輪箱造成風力發電系統停機時數卻排名第一，停機時數為 350 小時。Choi 與 Mau[2]以轉移矩陣法(TMM)分析轉子-軸承系統之動態特性，分析結果因傳遞誤差的激發頻率與齒輪旋轉頻率相同，導致系統在額定轉速範圍內之低轉速情形激發高頻的振動模態。

Zhang 等人[3]根據 assume mode method 建立二階式齒輪系模型，此模型可表現齒輪系動態特性，如週期性嚙合剛性及非線性之背隙。Alemayehu 與 Stephen[4]以 1.5MW 齒輪箱為分析模型，分析高速端齒輪系，並考慮發電機端之不穩定扭矩、輸入轉速、組裝誤差，分析結果顯示輸入端轉速、高速端負載對於發電機之影響及中心距誤差對於傳動系統組裝及負載有相當大的影響。Wang J.等人[5]分析模型為兩階行星齒輪系與一階平行軸齒輪對之組合，動態分析模型基於 lumped parameter 理論，分析此傳動系統在不同傳遞誤差及轉速下的負載分佈係數。

Alex 等人[6]以 RomaxDesigner 軟體，建立風力發電機傳動系統實體模型建模，並進行實例分析。以 2MW 風機齒輪箱為分析範例，其中包含 2 階行星齒輪系及 1 階平行軸齒輪系。分析項目包含齒輪箱壽命、滾錐軸承接觸應力、各階齒輪彎曲及接觸強度安全係數。Morten, H.等人[7]討論 750kW 風機齒輪箱，其行星齒輪傳動系統之行星臂變形，利用有限元素法分析齒輪箱變形及以實驗之方式量測變形，兩方析方法結果吻合。

本研究使用轉移矩陣法快速估算傳動系統自然頻率，其分析結果與有限元素法之差異為轉移矩陣法不包含傳動系統各元件之自然頻率，如齒輪、轉軸、軸承等元件，僅可獲得經簡化之傳動系統自然頻率，利用其分析快速之優點，提高設計初期之分析效率。

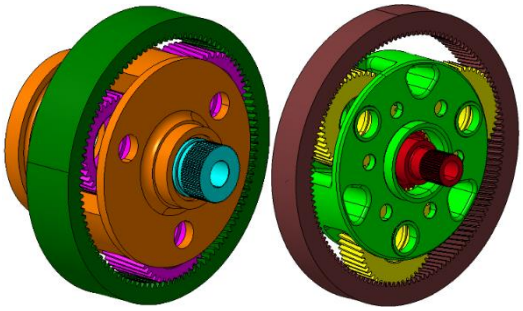
2.齒輪傳動系統介紹

2.1 齒輪傳動系統模型

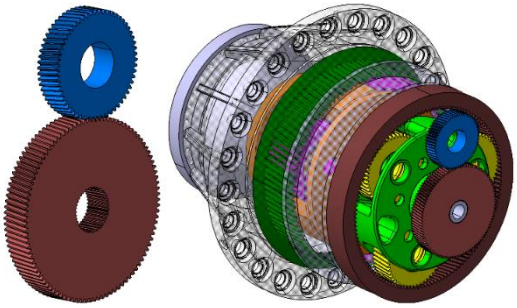
以現行商用之 2MW 增速齒輪箱為分析模型，其承載容量為 2MW，傳動齒輪系包含兩階行星齒輪系及一階平行軸齒輪系，各階齒輪系皆使用螺旋齒輪。使用 CATIA 建立三維模型，獲得各元件轉動慣量、質量、扭轉剛性、彎矩剛性、面積慣性矩等。

各階行星齒輪系皆以行星臂為輸入端、太陽齒輪為輸出端、外環齒輪為固定端，其中各行星齒輪系皆包含三個行星齒輪，第一階行星齒輪系增速比為 5.73 及第二階行星齒輪系增速比為 5.23；第三階平行軸齒輪系之增速比為 1.73，其中各階齒輪系之間以栓槽鍵相

互連接。第一階行星齒輪系如圖 1(a)、第二階行星齒輪系如圖 1(b)、第三階平行軸齒輪系如圖 1(c)、傳動系統模型如圖 1(d)。



(a)第一階行星齒輪系　(b)第二階行星齒輪系



(c)第三階平行軸齒輪系　(d)傳動系統模型

圖 1 傳動系統模型

2.2 傳動系統運動分析

2.2.1 平行軸齒輪系

平行軸齒輪系轉速關係如圖 2，ω_1 為輸入端轉速、ω_2 為輸出端轉速，根據齒輪嚙合原理，可獲得速比為，如式(1)

$$r_i = \frac{N_1}{N_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \tag{1}$$

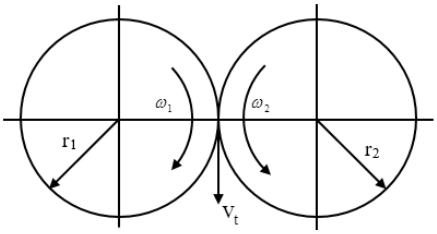


圖 2 平行軸齒輪系轉速關係

2.2.2 行星齒輪系

行星齒輪系輪轉速關係如圖 3，行星齒輪系轉速關係是如(1~4)式，太陽齒輪轉速為

$$n_s = 2\left(1+\frac{N_p}{N_s}\right)\times n_a \tag{2}$$

行星齒輪自轉速度為

$$n_p = -\frac{n_a\left(N_s+N_p\right)}{N_p} \tag{3}$$

行星齒輪系速比為

$$r_i = \frac{n_s}{n_a} = \frac{\dot{\theta}_s}{\dot{\theta}_a} = 2(1+\frac{N_p}{N_s}) \tag{4}$$

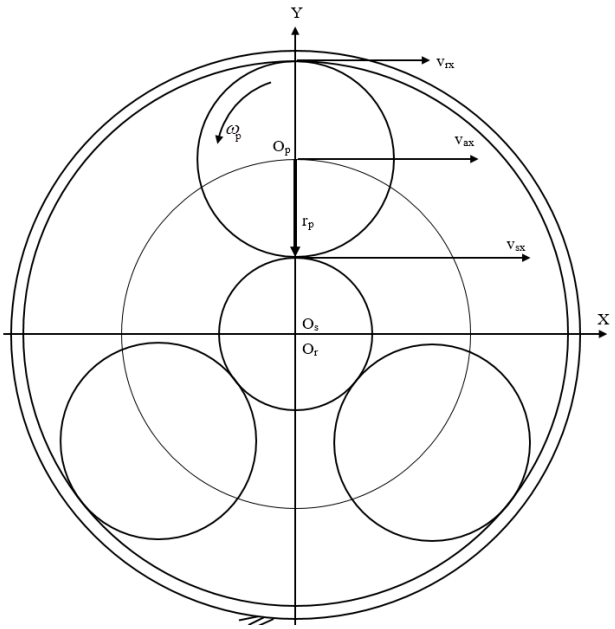


圖 3 行星齒輪系轉速關係

2.3 基本假設

根據轉移矩陣法模型假設齒輪或圓盤為具有質量與轉動慣量之剛體，轉軸為無質量及轉動慣量之彈簧，行星臂為具有轉動慣量及扭轉剛性之元件。各階齒輪系之間假設其為剛性連接。行星臂為輸入端、太陽齒輪為輸出端、外環齒輪為固定端。

齒輪傳動系統使用螺旋齒輪，因螺旋角小，齒輪產生之軸向力遠小於切線力，故本文忽略螺旋角產生之影響。本文使用之分析模型為大尺寸齒輪傳動系統，元件製造誤差、組裝誤差及傳動誤差，對大尺寸齒輪傳動系統影響甚少，故忽略。

3.齒輪傳動系統分析模型建立

首先透過第二章運動分析獲得之各齒輪轉速比，配合齒輪傳動系統動能及位能方程式，建立等效公式；

其次建立齒輪傳動系統轉移矩陣法分析模型，透過文獻[8]及[9]，完成圓盤、轉軸及軸承轉移矩陣。

3.1 等校分析模型建立

3.1.2 平行軸齒輪系

平行軸齒輪系參數及分析模型如圖 4，齒輪 2 及齒輪 3 具有轉動慣量之齒輪；圓盤 1 及圓盤 4 為具有轉動慣量之輸入與輸出端元件，上述 4 個元件皆假設為剛體；轉軸 1 及轉軸 2 具扭轉剛性，不具轉動慣量之傳動軸，以轉軸 2 為等校參考軸。根據圖 4，可獲得各齒輪及轉軸之動能及位能方程式，將轉速關係式代入上述兩方程式，得等校公式及等校模型，如(5~6)。

$$T_e = \frac{1}{2} I_{1e} \dot{\theta}_1^{\,2} + \frac{1}{2} I_{3e} \dot{\theta}_3^{\,2} + \frac{1}{2} I_4 \dot{\theta}_4^{\,2} \qquad (5)$$

$$U_e = \frac{1}{2} k_{1e} (\Delta\theta_{12})^2 + \frac{1}{2} k_2 (\Delta\theta_{34})^2 \qquad (6)$$

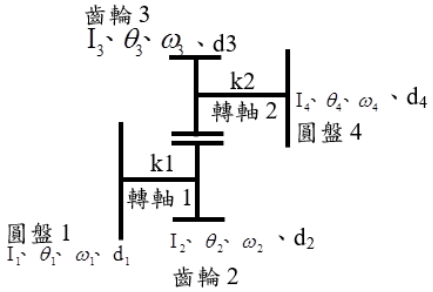


圖 4 平行軸齒輪系參數

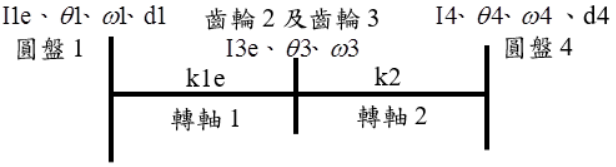


圖 5 平行軸齒輪系等效模型

3.1.2 行星齒輪系

根據第二章運動分析結果，得到太陽齒輪轉速、行星齒輪自轉轉速及行星齒輪系速比關係式，配合行星齒輪系動能及位能方程式，建立慣量與剛性等效分析公式。行星齒輪系機構簡圖及參數如圖 6。因行星齒輪具有自轉及公轉運動，故分別計算兩種運動產生之動能及位能。行星齒輪系之等校公式如(7~8)式，等校模型如圖 7。

$$T_e = \frac{1}{2} I_{ae} \dot{\theta}_s^{\,2} + \frac{1}{2} I_s \dot{\theta}_s^{\,2} + \frac{1}{2} I_{pe} \dot{\theta}_s^{\,2} + \frac{1}{2} I_{ape} \dot{\theta}_s^{\,2} \qquad (7)$$

$$U_e = \frac{1}{2} k_{ae} \theta_s^{\,2} + \frac{1}{2} k_{pe} \theta_s^{\,2} + \frac{1}{2} k_{ape} \theta_s^{\,2} + \frac{1}{2} k_s \theta_s^{\,2} \qquad (8)$$

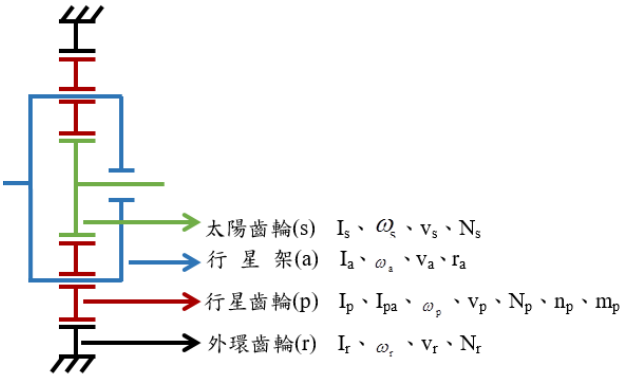


圖 6 行星齒輪系機構簡圖及參數

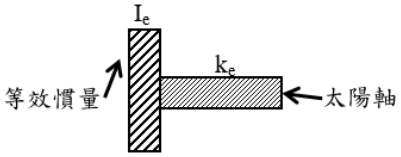


圖 7 行星齒輪系等效模型及參數

由(5~8)式得到平行軸齒輪系等效公式，行星齒輪系之行星軸公轉及自轉、行星臂等效公式，整理如表 1。

表 1 行星齒輪系等效公式

		慣量	剛性
平行軸齒輪系		$\frac{I_i}{r_i^2}$ (i=1、2、3)	$\frac{k_i}{r_i^2}$ (i=1、2、3)
行星齒輪系	自轉	$\left(\frac{I_p}{r_i^2}\right)\left(-\frac{N_s}{N_p}-1\right)^2$	$\left(\frac{k_p}{r_i^2}\right)\left(\frac{N_s+N_p}{-N_p}\right)^2$
	公轉	$\frac{I_{pa}}{r_i^2}$	$\frac{k_p}{r_i^2}$
	行星臂	$\frac{I_a}{r_i^2}$	$\frac{k_a}{r_i^2}$

3.2 齒輪傳動系統轉移矩陣公式

Holzer method 之基本應用包含線性或旋轉運動、阻尼或無阻尼、半定系統、分岔系統或具有固定端之系統，將 Holzer method 之求解步驟程式化，並以電腦軟體執行即為轉移矩陣法。轉移矩陣法模型以有限元素方式表示，由數階圓盤(point)及彈簧(field)組成，彈簧必在圓盤左邊，圓盤左端之上標為 L，圓盤右端之上標為 R，彈簧左右端上標以圓盤為基準。假設圓盤為剛性且具有質量(m_n)及轉動慣量(I_n)，假設轉軸為無質量之彈簧(k_n)，圓盤稱為 point transfer matrix、彈簧稱為 field transfer matrix。轉移矩陣法模型如圖 8。

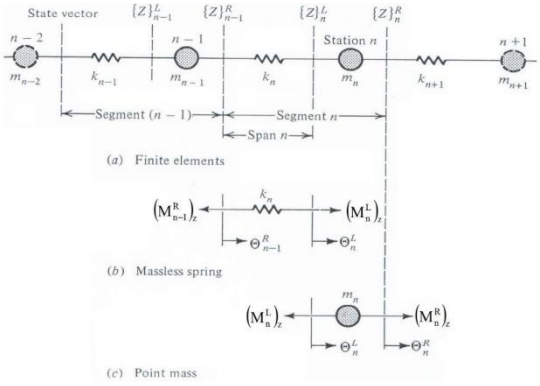
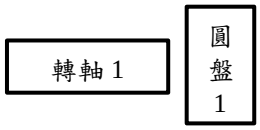


圖 8 轉移矩陣法模型[8]

各階齒輪系模型內皆包含多個齒輪及傳動軸，配合 3.1 節之齒輪傳動系統等效分析。轉移矩陣公式包含圓盤、轉軸及軸承承受之扭力、彎矩、水平力(x)及垂直力(y)，根據參考文獻[8~9]推導以下公式。

3.2.1 扭轉轉移矩陣

圖 9 上標 L 及 R 分別代表等效質量 m_n 或慣量 I_n 之左邊及右邊，且彈簧 k_n 必在質量 m_n 或慣量 I_n 之左邊；下標 n 代表圓盤或轉軸之編號。



$\left(M^{R}_{n-1}\right)_z$　　$\left(M^{L}_{n}\right)_z$　$\left(M^{R}_{n}\right)_z$
$\left(\theta^{R}_{n-1}\right)_z$　　$\left(\theta^{L}_{n}\right)_z$　$\left(\theta^{R}_{n}\right)_z$

圖 9 圓盤-轉軸旋轉系統

由圖 9 轉軸 1 之變形與受力得到

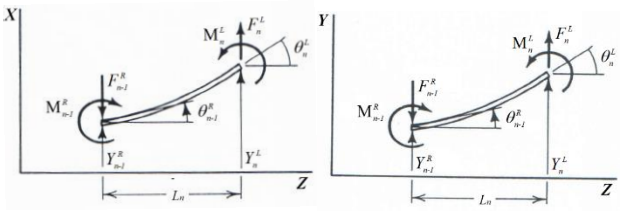
$$\begin{bmatrix}\Theta\\ M_z\end{bmatrix}^{L}_{n}=\begin{bmatrix}1 & 1/k_t\\ 0 & 1\end{bmatrix}_{n}\begin{bmatrix}\Theta\\ M_z\end{bmatrix}^{R}_{n-1} \qquad (9)$$

由圖 9 圓盤 1 之變形與受力得到

$$\begin{bmatrix}\Theta\\ M_z\end{bmatrix}^{R}_{n}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ -\omega^2 I_n & 1\end{bmatrix}_{n}\begin{bmatrix}\Theta\\ M_z\end{bmatrix}^{L}_{n} \qquad (10)$$

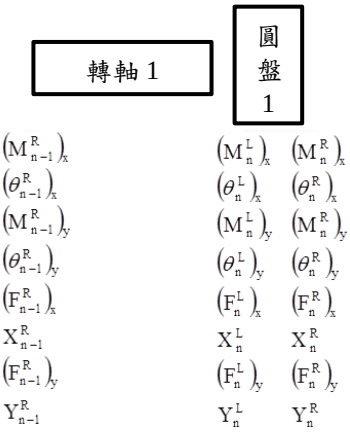
3.2.2 轉移矩陣公式-x 及 y 方向力

Myklestad 與 Prohl 建立一方法求解結構自然頻率[8]，此方法通常稱為 Myklestad method，且能夠以轉移矩陣法表示。如圖 10 所示，轉軸受力包含彎矩及水平力(x)或垂直力(y)力，轉軸變形包含角度變形(θ)及平移位移(X 或 Y)，將轉軸及圓盤受力與變形以符號表示如圖 11。



(a)x-z 平面　　(b)y-z 平面

圖 10 轉軸自由體圖 [8]



$\left(M^{R}_{n-1}\right)_x$　　$\left(M^{L}_{n}\right)_x$　$\left(M^{R}_{n}\right)_x$
$\left(\theta^{R}_{n-1}\right)_x$　　$\left(\theta^{L}_{n}\right)_x$　$\left(\theta^{R}_{n}\right)_x$
$\left(M^{R}_{n-1}\right)_y$　　$\left(M^{L}_{n}\right)_y$　$\left(M^{R}_{n}\right)_y$
$\left(\theta^{R}_{n-1}\right)_y$　　$\left(\theta^{L}_{n}\right)_y$　$\left(\theta^{R}_{n}\right)_y$
$\left(F^{R}_{n-1}\right)_x$　　$\left(F^{L}_{n}\right)_x$　$\left(F^{R}_{n}\right)_x$
X^{R}_{n-1}　　X^{L}_{n}　X^{R}_{n}
$\left(F^{R}_{n-1}\right)_y$　　$\left(F^{L}_{n}\right)_y$　$\left(F^{R}_{n}\right)_y$
Y^{R}_{n-1}　　Y^{L}_{n}　Y^{R}_{n}

圖 11 圓盤-轉軸分析模型

轉軸因不同固定方式，產生不同之邊界條件，轉軸邊界條件參考文獻[10]提供之表格，如表 2 轉軸邊界條件，藉由決定轉軸邊界條件，計算傳動系統自然頻率。表 2 之符號平移變形(Y)、剪力(Q)、彎曲變形(ϕ)、彎矩(M)，對應圖 11 符號為平移變形(X、Y)、剪力(F_x、F_y)、彎曲變形(Θ_x、Θ_y)、彎矩(M_x、M_y)，第四章將根據不同分析條件設定轉軸邊界條件。

表 2 轉軸邊界條件[10]

Boundary conditions

Beam (shaft)	Y_1	Y_n	θ_1	θ_n	M_1	M_n	Q_1	Q_n	For a non-trivial solution $\Delta = 0$
	Y_1	Y_n	θ_1	θ_n	0	0	0	0	$\Delta = \begin{vmatrix} N_{31} & N_{32} \\ N_{41} & N_{42} \end{vmatrix}$
	0	0	θ_1	θ_n	0	0	Q_1	Q_n	$\Delta = \begin{vmatrix} N_{12} & N_{14} \\ N_{32} & N_{34} \end{vmatrix}$
	0	Y_n	0	θ_n	M_1	0	Q_1	0	$\Delta = \begin{vmatrix} N_{33} & N_{34} \\ N_{43} & N_{44} \end{vmatrix}$
	0	0	0	0	M_1	M_n	Q_1	Q_n	$\Delta = \begin{vmatrix} N_{13} & N_{14} \\ N_{23} & N_{24} \end{vmatrix}$

根據圖 10 與圖 11，得到 X-Z 與 Y-Z 平面轉軸受彎矩力與彎矩變形之轉移矩陣，如(10~11)式

$$\begin{bmatrix}C_x\\ C_y\end{bmatrix}^{L}_{n}=\begin{bmatrix}T_x & 0\\ 0 & T_y\end{bmatrix}\begin{bmatrix}C_x\\ C_y\end{bmatrix}^{R}_{n-1} \qquad (10)$$

其中，$[T_x]=[T_y]$ 為 $\begin{bmatrix} 1 & -\frac{L^3}{6EI} & L & \frac{L^2}{2EI} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{L^2}{2EI} & 1 & \frac{L}{EI} \\ 0 & -L & 0 & 1 \end{bmatrix}$、$[C_x]$ 為 $\begin{bmatrix} X \\ F_x \\ \Theta_x \\ M_x \end{bmatrix}$、$[C_y]$ 為 $\begin{bmatrix} Y \\ F_y \\ \Theta_y \\ M_y \end{bmatrix}$。

圓盤左右兩端彎矩及彎矩變形如圖 3-8 所示，得到 X-Z 與 Y-Z 平面圓盤受彎矩與彎矩變形之轉移矩陣

$$\begin{bmatrix} C_x \\ C_y \end{bmatrix}_n^R = \begin{bmatrix} U_x & 0 \\ 0 & U_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \end{bmatrix}_n^L \quad (11)$$

其中，$[U_x]=[U_y]=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -m\omega^2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -I_n\omega^2 & 1 \end{bmatrix}$，

$[C_x]=\begin{bmatrix} X \\ F_x \\ \Theta_x \\ M_x \end{bmatrix}$，$[C_y]=\begin{bmatrix} Y \\ F_x \\ \Theta_x \\ M_x \end{bmatrix}$。

將 x、y 及 z 方向之質量/慣量、剛性轉移矩陣(9~11)式，得到(12~13)式

$$\begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{bmatrix}_n^R = \begin{bmatrix} [U_x] & 0 & 0 \\ 0 & [U_y] & 0 \\ 0 & 0 & [U_z] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{bmatrix}_n^L \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{bmatrix}_n^L = \begin{bmatrix} [T_x] & 0 & 0 \\ 0 & [T_y] & 0 \\ 0 & 0 & [T_z] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{bmatrix}_{n-1}^R \quad (13)$$

3.2.3 軸承轉移矩陣

於分析模型加入軸承剛性參數，將圖 9 修改為圖 12 轉軸-軸承-轉軸-圓盤模型，並修正轉軸、軸承及圓盤左右兩端之上標及下標。根據文獻[32]獲得軸承轉移矩陣公式，如(14)式

$$\begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{bmatrix}_{n-1}^R = \begin{bmatrix} [B_x] & 0 & 0 \\ 0 & [B_y] & 0 \\ 0 & 0 & [B_z] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{bmatrix}_{n-1}^L \quad (14)$$

其中，$[B_z]=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$，$[B_x]=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{yy} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{xx}^* \end{bmatrix}$，

$[B_y]=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{xx} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{yy}^* \end{bmatrix}$。

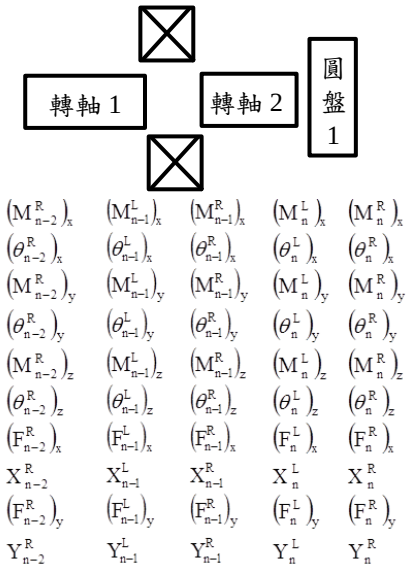


圖 12 轉軸-軸承-轉軸-圓盤模型

3.2.4 齒輪等值嚙和剛性轉移矩陣

圓盤轉移矩陣(10)式，加入齒輪等值嚙合剛性，得(15)式，

$$\begin{bmatrix} \Theta \\ M_z \end{bmatrix}_n^R = \begin{bmatrix} 1 & 1/k_m \\ -\omega^2 I & 1 \end{bmatrix}_n \begin{bmatrix} \Theta \\ M_z \end{bmatrix}_n^L \quad (15)$$

3.2.5 元件自重轉移矩陣

大型傳動系統需考慮各元件自重(y 方向)對系統之影響，於分析模型加入重力參數，故須修正圓盤 y 方向質量及轉動慣量轉移矩陣[U_y]，得到(16)式

$$\begin{bmatrix} Y \\ F_y \\ 1 \end{bmatrix}_n^R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -m\omega^2 & 1 & mg \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y \\ F_y \\ 1 \end{bmatrix}_n^L \quad (16)$$

4.程式驗證與實例分析

4.1 程式驗證

藉由文獻[11]提供之分析參數，如質量、轉動慣量、剛性與分析結果，驗證程式分析結果合理性。文獻[11]說明 750kW 風力發電傳動系統之自然頻率，分析模型為三階式齒輪傳動齒輪系統，包含一階行星齒輪系及兩階平行軸齒輪系，如圖 13 齒輪傳動系統模型。

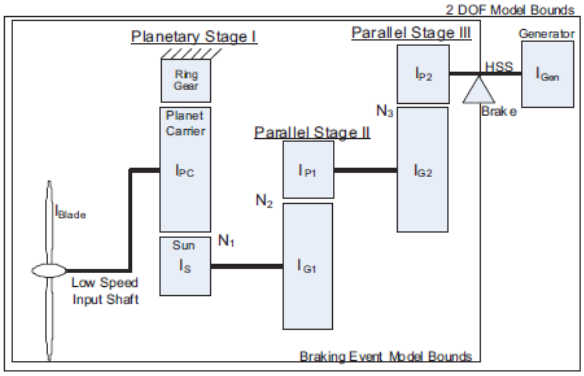


圖 13 齒輪傳動系統模型[11]

文獻提供之等效剛性 K_{eff}、發電機磁場產生之剛性 $\overline{K}_f$、葉片轉動慣量及等效轉動慣量與發電機轉動慣量和 $I_{eff}+n^2I_{Gen}$，整理如表 3 等效轉動慣量與剛性及圖 14，代入轉移矩陣法計算，並比較兩者分析結果。

表 3 等效轉動慣量與剛性[11]

Stiffness(Nm/rad)		Mass Inertia(kgm^2)	
K_{eff}	$\overline{K}_f$	I_B	$I_{eff}+n^2I_{Gen}$
3.5×10^7	1.3×10^8	9.9×10^5	1.1×10^5

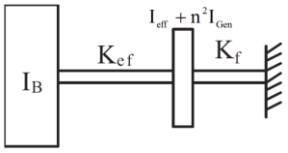


圖 14 等效模型[11]

文獻[11]數學模型分析結果獲得第一自然頻率為 5.19rad/sec、第二自然頻率為 38.28rad/sec，實驗模型分析結果獲得 5.06rad/sec。轉移矩陣法計算結果，第一自然頻率為 5.20rad/sec、第二自然頻率為 38.28rad/sec，轉移矩陣法與文獻分析結果差異低於 1%，故可驗證轉移矩陣法分析程式之合理性。

4.2 分析參數制定

利用 CATIA 建立齒輪傳動系統模型，並求取齒輪轉動慣量及質量、太陽軸及行星軸扭轉剛性，齒輪箱模型如圖 1。各元件之扭轉剛性由 CATIA 分析軟體或計算公式求得，配合等效公式，求取等校扭轉剛性。使用 CATIA GSA 模組，分析第一、第二及第三階齒輪系之等值嚙合剛性，藉由切線力及變形量計算齒型剛性。另外，軸承剛性參考文獻[12]獲得。

4.3 實例分析

4.3.1 基本模型

針對基本模型進行自然頻率分析，其中分析參數包含各圓盤之轉動慣量、質量及轉軸剛性，假設轉軸邊界條件為懸臂樑，分析模型如圖 4-3，分析結果如表 4。分析結果獲得 9Hz、25Hz、45Hz、155Hz 及 370Hz。由上述分析得知，第一自然頻率為 9Hz，約為馬達或齒輪轉速 540rpm，於實際齒輪傳動系統極有可能產生共振現象。

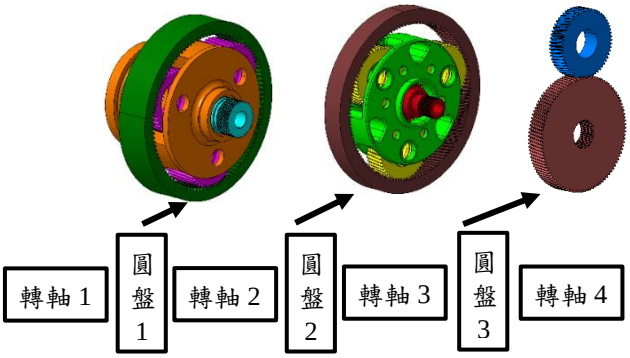


圖 15 基本模型

4.3.2 元件自重參數對系統之影響

本節討論圓盤重力對系統之影響，分析模型如 15，分析結果如表 4。因加入圓盤重力參數，造成整系統剛性降低，第一自然頻率為 2Hz、第二自然頻率為 9Hz，約馬達轉速 120rpm 及 540rpm，上述兩轉速與一般傳動齒輪系轉速相近，易造成傳動系統產生共振現象，後續章節分析將考慮其他分析參數，進而改善分析模型。

表 4 自然頻率分析結果

	分析結果						
f(Hz)	2	9	20	25	45	155	370

4.3.3 齒輪等值嚙合剛性對系統之影響

本節增加齒輪等值嚙合剛性參數，分析結果獲得自然頻率為 2Hz、9Hz、20Hz、25Hz、45Hz、155Hz 及 372Hz。由分析結果得知加入齒輪嚙合剛性參數之自然頻率，僅些微上升，故可忽略齒輪嚙合剛性參數之影響。分析結果整理如表 5 所示。

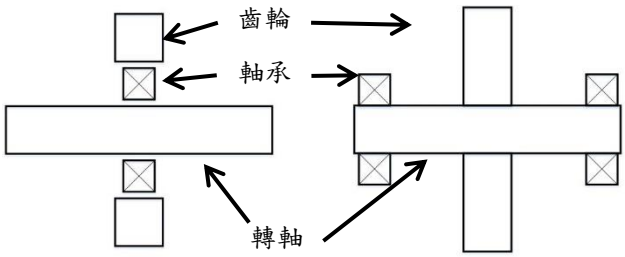
表 5 自然頻率分析結果

	分析結果						
f(Hz)	2	9	20	25	45	155	372

4.3.4 行星齒輪組裝結構對系統之影響

行星軸固定方式可區分為兩類，一為行星軸固定於行星臂，行星齒輪與行星軸透過軸承結合，如圖 16(a)；二為行星軸與行星齒輪為相同元件，其與行星臂以軸承結合，故轉軸與齒輪同時轉動，如圖 16(b)。

本章節以圖 16(b)及使用相同之轉軸剛性、轉動慣量等分析參數進行比較。分析結果整理如表 6，行星齒輪系組裝方式改變，僅影響系統扭轉自然頻率，此分析模型之第 5 至第 7 自然頻率增加 2%、6%及 3%，增加之原因可能為圖 16(b)分析模型包含行星軸自轉等效剛性，故扭轉剛性較高，造成自然頻率提升。



(a)行星軸固定於行星臂　(b)行星軸與行星齒輪同元件

圖 16 行星齒輪組裝結構

表 6 自然頻率分析結果

	分析結果						
f(Hz)	2	9	20	25	46	164	384

4.3.5 軸承剛性對系統之影響

圖 17 軸承剛性模型，增加軸承 1、2、3 及 4，其中軸承位於各轉軸中央，故各轉軸長度為原始長度一半，轉軸區分為 1-1 及 1-2、轉軸 2 區分為轉軸 2-1 及 2-2，轉軸 3 區分為轉軸 3-1 及 3-2、轉軸 4 區分為 4-1 及 4-2，假設轉軸邊界條件為懸臂樑。另外，行星齒輪組裝結構為圖 16(a)，假設轉軸邊界條件為簡支樑。

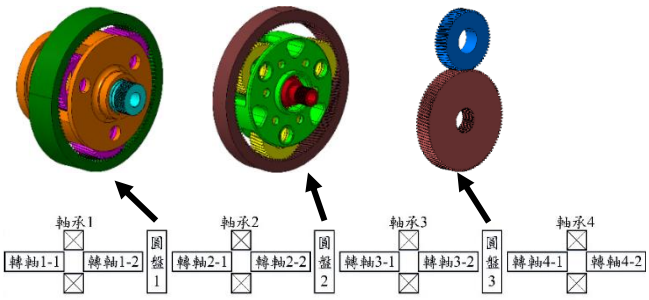


圖 17 軸承剛性模型

分析結果整理如表 7。因加入軸承徑向剛性與彎曲剛性，與前述分析結果比較，加入軸承剛性參數使系統自然頻率約提升 12 倍至 59 倍。

分析模型增加軸承剛性參數，且假設轉軸邊界條件為簡支樑，明顯提升系統自然頻率，且分析模型與實際齒輪傳動系統模型更接近。經本節分析結果比較，得知旋轉系統之扭轉自然頻率為最低，故討論旋轉系統動態特性，以 z 方向自然頻率為分析重點。

表 7 自然頻率分析結果

	分析結果						
f(Hz)	45	121	155	267	268	370	385

4.3.6 增加行星齒輪數量對系統之影響

行星齒輪數量由 3 增加為 4，齒輪參數僅略為降低，以轉移矩陣法估算系統自然頻率，難以獲得明顯差異，故本節使用之齒輪設計參數僅改變行星齒輪數量，模型如圖 18，其他設計參數與圖 1 傳動系統模型相同。

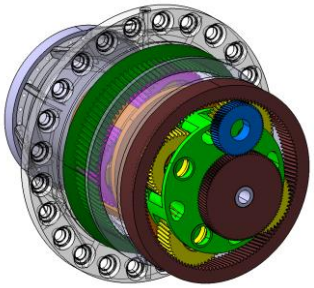


圖 18 傳動系統模型

分析結果整理如表 8，本節分析模行討論不同行星齒輪數量之影響，自然頻率分析與表 7 比較，第 1 及第 2 自然頻率相同，其餘分析結果之差異亦不明顯，可能原因為系統質量、轉動慣量及剛性僅略為降低，難以獲得明顯差異。

表 8 自然頻率分析結果

	分析結果						
f(Hz)	45	121	163	259	260	368	386

4.3.7 葉片及發電機參數對系統之影響

本節參考圖 17 之分析模型，並於轉軸 1-1 左端新增圓盤 0，其包含葉片及輪轂質量與轉動慣量、於轉軸 4-2 右端新增圓盤 4，其包含發電機電樞質量與轉動慣量，討論上述兩參述對系統自然頻率及模態之影響，上述參數由文獻[13]獲得。

分析結果獲得自然頻率為 6Hz、85Hz、97Hz、250Hz、258Hz、278Hz 及 486Hz 整理如表 9，此分析模型加入

葉片、輪轂及發電機電樞轉動慣量，各自然頻率皆下降。大型風機之葉片額定轉速約為 12rpm，其中第一自然頻率為 6Hz，轉速約為 360rpm，由上述分析結果得知葉片、輪轂及發電電樞轉動慣量明顯影響系統自然頻率，且以第一自然頻率最接近工作轉速。

表 9 自然頻率分析結果

	分析結果						
f(Hz)	6	85	97	250	258	278	486

5.結論

本論文以轉移矩陣法分析風力發電傳動系統動態特性，傳動系統為三階式齒輪系，其中包含兩階行星齒輪系與一階平行軸齒輪系。探討以下因素對系統動態特性之影響，如分析模型加入齒輪嚙合剛性參數、考慮不同行星齒輪組裝結構、增加行星齒輪數量，上述兩參數影響分析結果過小，故分析模型可忽略上述因素之影響；分析模型加入葉片及發電機參數，造成整系統自然頻率降低，使第一自然頻率與工作頻率更接近，故可確認上述參數對風力發電傳動系統有相當大之影響。

6.參考文獻

[1]Crowtherl, A., Ramakrishnan, V., Zaidi, N. A., and Halse, C., 2011, "*Sources of Time-Varying Contact Stress and Misalignments in Wind Turbine Planetary Sets*", Journal of wind energy, Vol. 14, pp.637-651.

[2]Choi, S. T. and Mau, S. Y., 2001, "*Dynamic Analysis of Geared Rotor-Bearing Systems by the Transfer Matrix Method*", Transactions of the ASME, Vol. 123, pp. 562-568.

[3]Zhang, S., Tang, J., and Ding Y., 2014, "*Modeling and Analysis of Time-Periodic Gearbox Vibration*", Proceedings of ASME Turbo Expo 2014: Turbine Technical Conference and Exposition, Vol. 3B, pp. V03BT46A032.

[4]Fisseha, M. A. and Stephen, E. O., 2014, "*Loading and Design Parameter Uncertainty in the Dynamics and Performance of High Speed Parallel Helical Stage of a Wind Turbine Gearbox*", *Journal of Mechanical*, Vol. 136.

[5]Wang, J., Wang, Y., and Huol, Z., "*Analysis of Dynamic Behavior of Multiple-Stage Planetary Gear Train Used in Wind Driven Generator*", The Scientific World Journal, Vol. 2014, Art. ID 627045.

[6]Alex, T. B. and Song, Y., "*Integrated Software for Wind Turbine Gearbox Design & Development Analysis*", Romax Technology Ltd.

[7]Morten, H., Michael, R. H., Morten K. E., and Ole, M., 2012, "*Modeling and Parameter Identification of Deflections in Planetary Stage of Wind Turbine Gearbox*", Modeling, Identification and Control, Vol. 33, pp. 1-11.

[8]Tse, F. S., Morse, I. E., and Hinkle, R. T., 1978, "*Mechanical Vibrations Theory and Application*", Allyn and Bacon, Inc., pp. 190-217.

[9]蔡肇煌，1989，"*轉移矩陣法對齒輪系統動態特性之研究*"，國立中山大學機械與機電工程研究所碩士論文。

[10]De Almedia, M. T. and Dias, J. C., 1984, "*Free Vibration Analysis of Beams and Shafts by Programmable Calculators*", Journal of Sound and Vibration, Vol. 92, pp.39-45.

[11]Goran, M., Ehsan, G., Adel N., Francisco, O., and Eduard M., "*Mechanical Stress Reduction in Variable Speed Wind Turbine Drivetrains*", Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2011, pp.306-312.

[12]Guo, Y. and Parker, R. G., 2012, "*Stiffness matrix calculation of rolling element bearings using a finite element/contact mechanics model*", Mechanism and Machine Theory, Vol. 51, pp. 32-45.

[13]*Definition of a 5-MW reference wind turbine for offshore system development*, 2009, US National Renewable Energy Laboratory report no. NREL/TP-500-38060.